



Tekniikan Opettajat TOP ry



Teknologiateollisuuden
100-VUOTISSÄÄTIÖ

Teknologiateollisuuden
100-vuotissäätiö



Kustannusosakeyhtiö
Otava



Opetushallitus

AMMATIKKA^{top} 15.11.2007

Toisen asteen ammattillisen koulutuksen kaikkien alojen yhteinen

MATEMATIIKKAKILPAILU

Nimi:.....

Oppilaitos:.....

Koulutusala:.....

Luokka:.....

Sarjat: MERKITSE OMA SARJA

- 1. Ylioppilastutkinto
- 2. Kaksois-/kolmoistutkinto
- 3. Toisen asteen perustutkinto

- 1. Tekniikka ja liikenneala
- 2. Matkailu-, ravitsemus- ja talousala
- 3. Yhteiskuntatieteiden, liiketalouden ja hallinnon ala sekä Luonnontieteiden ala
- 4. Sosiaali-, terveys- ja liikunta-ala
- 5. Kulttuuriala, Luonnonvara- ja ympäristöala sekä Humanistinen ja kasvatusala

AIKAA KOKEEN TEKEMISEEN 120 MINUUTTIA

MUKANA KYNÄ, KUMI, VIIVOTIN JA LASKIN

1. Muunna seuraavat yksiköt

- a. 1 mg = 0,001g
- b. 20 km = 20 000m
- c. 1,6 l = 1600cm³
- d. 1,25 h = 75min
- e. 2 kg 40 g = 2,040kg
- f. Nimeä kappale, joka muodostuu neljästä yhdenmuotoisesta kolmiosta.

tetraedri

6p

2. Laske seuraavat tehtävät.

a. $\frac{6}{8} = 75\%$

b. $\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} = 20$

c. $\frac{\pi}{\pi} + \frac{\pi}{\pi^2} + \frac{\pi}{\pi^3} = 1,420$ vastaus kolmella desimaalilla.

d. $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

e. Mikä on seuraava luku sarjassa 199, 19, 10?

$$1+9+9=19$$

$$1+9=10$$

$$1+0=1$$

vastaus 1

f. Valtamerilaiva tulee laituriin laskuveden aikana. Kansimies heittää laidalle tikapuut, joissa on 50 puolaa ja niiden väli on 25 senttimetriä. Tikkaat ylettyvät juuri veden pintaan. Nousuvesi alkaa, jolloin veden pinta kohoaa viidentoista minuutin ajan 10 senttimetriä minuutissa. Montako puolapuuta on veden alla, kun nousuvesi on korkeimmillaan?

6p

Ei yhtään, valtamerilaiva nousee veden mukana.

3. Matti ja Liisa Virtanen halusivat uusia omakotitalonsa keittiön. Kesällä 2006 toteutettu keittiöremontti sisälsi entisen keittiökalustuksen ja lattian purkutyöt sekä uuden parkettilattian, seinäkaakelien, valaisimien ja uusien keittiökalusteiden asennustyöt. Urakan toteuttamisessa käytettiin kolmea laillistettua urakoitsijayrittäjää. Urakoitsijoille Virtaset maksoivat yrittäjän esittämän laskun mukaan työ- ym. korvaukset.

Laskujen pääsisältö oli seuraava:

Kalusteet, laatoitus, lattia:

- vanhojen kalusteiden, laatoituksen ja lattian purku, uusien kalusteiden asennus, laatoitustyö ja uuden parkettilattian asennus: kalusteet 5122 €, asennustyöt 1973,60 €.

Sähkötyöt:

- uusien valaisimien ja sähkökaapeleiden asennus: tarvikkeet 599,50 €, työt 619,15 €.

Putkityöt:

- hanan ja viemäroinnin kytkentä: matkakustannukset 48,80 €, työt 42,70 €.

Vuoden 2006 verotukseen Virtaset voivat tehdä ns. kotitalousvähennyksen asunnon kunnossapito- tai perusparannustyöstä yrittäjille maksamistaan työkorvauksista. Kotitalousvähennykseen lasketaan 60 % jokaisesta maksetusta työkorvauksesta. Kotitalousvähennys myönnetään vain siltä osin kuin vähennettävä osa työkustannuksista ylittää 100 euron omavastuun. Kotitalousvähennyksen enimmäismäärässä (2300 €) voi kunnossapito- tai perusparannustyön osuus olla enintään 1150 euroa verovelvollista kohti (lähde: Verohallitus).

- a. Laske kuinka suuri on Virtasten kotitalousvähennys yhteensä v. 2006. Paljonko on Matti Virtasen kotitalousvähennyksen määrä vuoden 2006 verotuksessa? Matti ja Liisa ovat sopineet, että Matti hakee kotitalousvähennyksen verotuksessaan. 3p

$$0,6 \cdot 1973,60 \text{ €} + 0,6 \cdot 619,15 \text{ €} + 0,6 \cdot 42,70 \text{ €} = 1581,27 \text{ €}$$

$$1581,27 \text{ €} - 100 \text{ €} = 1481,27 \text{ € (vähennetään omavastuu)}$$

HUOM: Verovelvollisen enimmäismäärä ylittyy (max 1150 €).

Matti Virtanen saa omassa verotuksessaan 1150 € kotitalousvähennyksen.

- b. Kuinka suuri on kotitalousvähennyksen enimmäismäärän ylittävä osuus, joka voidaan ottaa huomioon Liisa Virtasen verotuksessa, jos hänkin täyttää kotitalousvähennyksen hakulomakkeet omaan verotukseensa? Paljonko Liisan kotitalousvähennyksen määrä on vuoden 2006 verotuksessa? 3p

Kotitalousvähennyksen enimmäismäärä verovelvollista kohti voi olla enimmillään 1150 €, joten toisen puolison verotukseen voidaan huomioida

$$1481,27 \text{ €} - 1150 \text{ €} = 331,27 \text{ €}$$

$$331,27 \text{ €} - 100 \text{ €} = 231,27 \text{ € (vähennetään omavastuu)}$$

Liisa Virtanen saa omassa verotuksessaan 231,27 € kotitalousvähennyksen.

4.

- a. Mp3-soittimen tallennustilan suuruus on 2 Gt. Mp3-musiikkitiedostojen kokojen keskiarvo on 3,5 Mt. Kuinka monta musiikkitiedostoa voidaan keskimäärin tallentaa kyseiseen Mp3-soittimeen?

3p

$$2 \text{ Gt} = 2000 \text{ Mt}$$

$$\frac{2000 \text{ Mt}}{3,5 \text{ Mt/tiedosto}} = 570 \text{ tiedostoa}$$

- b. Kylpyammeen täyttäminen kestää 3 minuuttia ja tyhjentäminen 5 minuuttia. Kuinka kauan kestää ammeen täyttäminen, jos sen tulppa on jäänyt pois, jolloin vettä pääsee samanaikaisesti valumaan pois ammeesta? Lasku näkyviin.

3p

$$V = \text{tilavuus}$$

$$\text{Aika} = \frac{V}{\frac{V}{3} - \frac{V}{5}} = \frac{V}{V(\frac{1}{3} - \frac{1}{5})} = \frac{1}{\frac{2}{15}} = 7,5 \text{ min} = 7 \text{ min } 30 \text{ s}$$

5.

- a. Laske säännöllisen kuusikulmion pinta-ala. Kuusikulmion sivun pituus on 32 cm. Vastaus neliösenttimetreinä.

3p

$$\frac{\sqrt{32^2 - 16^2} \cdot 32}{2} \cdot 6 = 2660 \text{ cm}^2$$

- b. Tarkastellaan kuution muotoista kappaletta, jonka särmien pituus on a. Kuution yhdestä nurkasta leikataan leikkaustasolla kolmisivuinen pyramidi siten, että leikatusta kuution särmistä jää pyramidin särmiksi 0,8a. Kuution tilavuus olkoon $24,4 \text{ dm}^3$. Laske pyramidin kaikkien särmien pituus.

3p

$$a = \sqrt[3]{24,4 \text{ dm}^3} = 2,90 \text{ dm}$$

$$\text{sivut} = 0,8 \cdot 2,90 \text{ dm} = 2,32 \text{ dm}$$

$$\text{kantasivut} = \sqrt{2,32^2 + 2,32^2} = 3,28 \text{ dm}$$

6.a. Ratkaise m kaavasta $s_1 = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m} + s_2$

2p

$$s_1 - s_2 = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot m}$$

$$m = \frac{F \cdot t^2}{2(s_1 - s_2)}$$

b. Ratkaise R kaavasta $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

2p

$$\frac{1}{R} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{(R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2)} \text{ tai } R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

c. Ratkaise a kaavasta $h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a - 15} - b$

2p

$$h + b = \frac{2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a - 15}$$

$$2 \cdot a \cdot h - 15 \cdot h + 2 \cdot a \cdot b - 15 \cdot b = 2 \cdot a \cdot b$$

$$a = 15 \cdot \frac{h + b}{2 \cdot h} = \frac{7,5 \cdot (h + b)}{h}$$

7. Laske seuraavat todennäköisyystehtävät. Laskutoimitukset näkyviin.

- a. Korttipakasta (pakassa on 52 korttia; 4 maata, jokaisessa maassa 13 korttia) vedetään yksi kortti. Millä todennäköisyydellä vedetty kortti on ruutu tai risti? 2p

$$P(\text{"ruutu tai risti"}) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = \underline{0,5} (= 50 \%)$$

Yhteenlaskusääntö

- b. Jussi heittää tikkaa ja tikat osuvat tasaisesti tauluun. Tikkataulun säde on 20 cm. Taulu koostuu kymmenestä samankeskisestä yhtä leveästä renkaasta. Renkaan leveys on 2 cm. Laske millä todennäköisyydellä Jussin heittämän tikan osuma on vähintään 5? 2p

$$P(\text{"5...10"}) = \frac{\text{vähintään 5 ympyränala}}{\text{taulu ympyränala}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{\pi \cdot 20^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \underline{0,36} (= 36 \%)$$

- c. Kummassa täysosuman todennäköisyys on suurempi: loton vai vikingloton. Lotossa arvotaan kolmestakymmenestäyhdeksästä seitsemän oikein ja vikinglotossa neljästäkymmenestäkahdeksasta kuusi oikein. Se kuinka monella tavalla k kohdetta voidaan valita n kohteen joukosta lasketaan kaavalla.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

2p

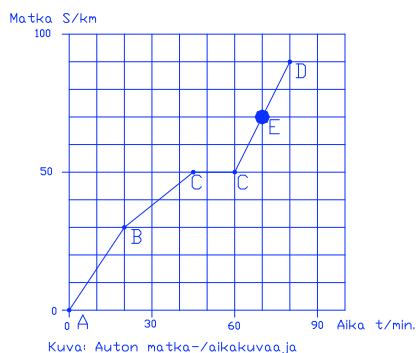
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Lotto $\frac{39!}{7! \cdot 32!} = 15\,380\,937$

Viking $\frac{48!}{6! \cdot 42!} = 12\,271\,512$

Vikinglotossa

8. Autolla ajettiin paikasta A paikkaan D paikkakuntien B ja C kautta seuraavasti: Paikasta A paikkaan B oli matkaa 30 km ja aikaa kului 20 minuuttia. Paikasta B paikkaan C oli matkaa 20 km ja aikaa kului 25 minuuttia. Paikasta C paikkaan D oli matkaa 40 km ja aikaa kului 20 minuuttia. Lisäksi paikassa C pidettiin 15 minuutin tauko. Tehtävässä auton kiihdyttämisen ja hidastamisen vaikutusta ei oteta huomioon.



- a. Piirrä oheiseen kuvaajaan auton matka-aikakuvaaja paikkakuntien A, B, C ja D välillä.

2p

Kuvaaja A-B-C-C-D.

- b. Ratkaise kuvaajaa apuna käyttäen kuinka kaukana paikasta A oltiin, kun aikaa oli kulunut 1 tunti 10 minuuttia. Piirrä kuvaajalle myös sijaintipiste.

2p

Paikasta A matkaa oli 70 km, kuvaajalla piste E.

- c. Mikä oli keskinopeus välillä A – D, kun $s = v_k \cdot t$?

2p

$$\frac{90 \text{ km}}{\left(\frac{80 \text{ min}}{60 \text{ min}}\right)h} = 67,5 \frac{\text{km}}{h} \text{ tai } 1,125 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

9. Alla oleviin tehtäviin laskutoimitus näkyviin.

- a. Television kuvasuhteella ilmoitetaan kuvaruudun leveyden suhde kuvaruudun korkeuteen. Digilähetysten kuvasuhde on 16:9. Vanhemmissa televisiovastaanottimissa kuvasuhde on 4:3. Kuinka monta prosenttia kuvaruudusta on mustana kuvaruudun ylä- ja alareunoihin jäävien mustien palkkien vuoksi, kun katsotaan digilähetystä kuvaruudusta, jonka kuvasuhde on 4:3?

3p

Oletetaan, että kuvan leveys on 16 yksikköä ($4 \times 4 = 16$). Vanhassa vastaanottimessa kuvan korkeus on silloin 12 yksikköä ($3 \times 4 = 12$) ja digilähetyksissä (yleensä) 9 yksikköä.

Siis

$$\frac{12 - 9}{12} \cdot 100\% = 25\%$$

- b. Soikion kaltaisen raviradan alueen pituus on 430 m. Mikä on sen leveys x yhdellä desimaalilla, kun raviradan ympärysmitta on 1000 m? Kaaret ovat puoliympyröitä.

3p

$$430 \text{ m} - x + 430 \text{ m} - x + \pi \cdot x = 1000 \text{ m}$$

$$(\pi - 2) \cdot x = 140 \text{ m}$$

$$x = \frac{140 \text{ m}}{(\pi - 2)}$$

$$x = 122,6 \text{ m}$$

10. Alla oleviin tehtäviin laskutoimitus näkyviin.

- a. Autoilija havaitsi keskellä tietä pysähtyneen toisen auton 100 m:n etäisyydellä. Autoilijan reaktioaika (so. havainnon teosta jarrutuksen aloittamiseen kulunut aika) oli 1,0 s ja auton nopeus 100 km/h. Jarrutusmatka olisi ollut 50 m, jos nopeus olisi ollut 80 km/h. Jarrutusmatka on suoraan verrannollinen nopeuden neliöön. Ehtikö kuljettaja pysähtyä autonsa ennen yhteentörmäystä?

3p

jarrutusmatka x

$$\frac{x}{50} = \left(\frac{100}{80}\right)^2$$

$$x = 78,1 \text{ m}$$

reaktioaika 1,0 s

$$\frac{100000}{3600} = 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow 27,8 \text{ m}$$

$$\text{auto pysähtyisi } 78,1 \text{ m} + 27,8 \text{ m} = 105,9 \text{ m}$$

tapahyisi yhteentörmäys

- b. Hevostila pyrkii aitaamaan mahdollisimman suuren suorakulmion muotoisen laitumen ja jakamaan sen kahteen yhtäsuureen osaan sivujen suuntaisella aidalla. Aitaa on käytettävissä 360 m. Määritä laitumen pituus ja leveys.

Merkitään laitumien pituus = y ja leveys = x, joiden avulla aidatun alueen pinta-ala = A.

$$A = xy \quad \text{ja} \quad 2y + 3x = 360(\text{m}) \Rightarrow y = 180 - \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow A = \left(180 - \frac{3}{2}x\right)x \Rightarrow A = -\frac{3}{2}x^2 + 180x$$

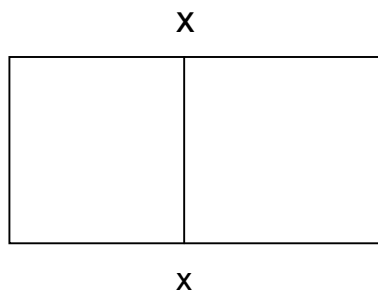
Pyritään etsimään A:n suurin arvo:

x (m)	30	40	50	60	70
A (m ²)	3750	4800	5250	5400	5250

Pinta-ala A on suurimmillaan kun x = 60 (m)

Vastaus: Suorakulmion sivujen mitat ovat 60 m x 90 m

tai



pituus x

leveys y

$$2x + 3y = 360$$

$$3y = 360 - 2x = 2(180 - x)$$

$$A = xy = \frac{2}{3}x(180 - x)$$

$$= \frac{2}{3} [8100 - (90 - x)^2]$$

se saa suurimman arvonsa $\left(= \frac{2}{3} \cdot 8100 = 5400 \text{ (m}^2 \text{)} \right)$, kun $x = 90 \text{ (m)}$,

jolloin

$$y = \frac{A}{90} = 60 \text{ (m)}$$