



Tekniikan Opettajat TOP ry



Teknologiateollisuuden
100-VUOTISSÄÄTIÖ

Teknologiateollisuuden
100-vuotissäätiö



Kustannusosakeyhtiö
Otava



Opetushallitus

AMMATIKKA^{top} 12.11.2009

Toisen asteen ammattillisen koulutuksen kaikkien alojen yhteinen

MATEMATIIKKAKILPAILU

Nimi:.....

Oppilaitos:.....

Koulutusala:.....

Luokka:.....

Sarjat: MERKITSE OMA SARJA

- 1. Ylioppilastutkinto
- 2. Kaksoistutkinto
- 3. Toisen asteen perustutkinto

- 1. Tekniikka ja liikenneala
- 2. Matkailu-, ravitsemus- ja talousala
- 3. Yhteiskuntatieteiden, liiketalouden ja hallinnon ala sekä Luonnontieteiden ala
- 4. Sosiaali-, terveys- ja liikunta-ala
- 5. Kulttuuriala, Luonnonvara- ja ympäristöala sekä Humanistinen ja kasvatusala

AIKAA KOKEEN TEKEMISEEN 120 MINUUTTIA

MUKANA KYNÄ, KUMI, VIIVOTIN JA LASKIN

1. Muunna seuraavat yksiköt
- a) $2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$
- b) $300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m}$
- c) $4 \text{ dl} = 0,004 \text{ hl}$
- d) $2400 \text{ cm}^3 = 240 \text{ cl}$
- e) $293 \text{ K} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
- f) Ilmoita annettu roomalainen luku tavallisena (arabialaisena) lukuna
MMIX = 2009

2. Laske seuraavat tehtävät.

a)
$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

b)
$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{2} = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{6}\right) : \frac{1}{2} = \frac{3}{6} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1$$

c)
$$\frac{7x}{10} - \frac{x}{2} - \frac{x}{5} = \frac{7x}{10} - \frac{5x}{10} - \frac{2x}{10} = 0$$

d) Ilmoita kymmenen ensimmäistä alkulukua.
Alkuluku on lukua 1 suurempi kokonaisluku, joka ei ole jaollinen muilla kokonaisluvulla, kuin ykkösellä ja itsellään; (lähde wikipedia)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ja 29

e) Siperian juna saapui Moskovaan tiistai-aamuna klo 2.44. Matka oli kestänyt 5 vrk 18 h 46 min. Milloin matka oli alkanut? Matkan varrelle osuneita aikavyöhykkeen muutoksia ei oteta huomioon.

Edellinen keskiviikko klo 7.58

f) Kuinka suuri osa kuvioista on mustattu? (ilmoita murtolukuina)

- 3.a) Tasaisella maalla erään pylvään varjo on 6,3 m. Kuinka korkea pylväs on, kun vieressä olevan 2,65 m korkean pylvään varjo on 1,75 m pitkä.

$$\frac{x}{2,65\text{ m}} = \frac{6,3\text{ m}}{1,75\text{ m}}$$

$$x = \frac{6,3\text{ m} \cdot 2,65\text{ m}}{1,75\text{ m}} = 9,54\text{ m}$$

- b) Heikki hakee äkilliseen rahapulaansa pikavippiä. Pikavippi haetaan lähettämällä tekstiviesti lainanantajayritykselle. Lainasopimus täytyy myös hyväksyä tekstiviestillä. Lainanantaja perii kuluina tekstiviesteistä 1,90 €/ kpl. Heikki hakee pikavippinä 50 €, joka on suurin lainamäärä, jonka lainanantajayritys myöntää 18-vuotiaalle kerralla (esim. osuusluotto.fi). Jos hän valitsee velan takaisinmaksuajaksi 2 viikkoa (14 pv), niin takaisinmaksettava summa on 67 €. Kuukauden (30 pv) takaisinmaksuajalla summa on 72 €.

Laske molempia takaisinmaksutapoja vastaavat todelliset vuosikorkokannat (prosentteina). Ota huomioon myös mainitut tekstiviestikulut.

2 viikon takaisinmaksuaikaa vastaava vuosikorko:

kuluja ovat 67 € - 50 € = 17€ sekä tekstiviestikulut 2 · 1,90 € = 3,80 €

$$i = \frac{r}{t \cdot k} = \frac{17 + 3,8}{\frac{14}{365} \cdot 50} = \frac{20,8 \cdot 365}{14 \cdot 50} = 10,8457 \approx \underline{\underline{1085\%}}$$

kuukauden (30 pv) takaisinmaksuaikaa vastaava vuosikorko:

kuluja ovat 72 € - 50 € = 22 € sekä tekstiviestikulut 2 · 1,90 € = 3,80 €

$$i = \frac{r}{t \cdot k} = \frac{22 + 3,8}{\frac{30}{365} \cdot 50} = \frac{25,8 \cdot 365}{30 \cdot 50} = 6,278 \approx \underline{\underline{628\%}}$$

4. a) Arvonlisävero lasketaan tuotteen verottomasta hinnasta. Ruuan alv on alentunut 17 %:sta 12 %:iin. Kuinka paljon kaupassa 25,60 euroa maksaneen ostoskorin hinta on alentunut tämän muutoksen perusteella?

$$\frac{25,60\text{ €}}{117\%} \cdot 112\% = 24,51\text{ €}$$

$$25,60\text{ €} - 24,51\text{ €} = 1,09\text{ €}$$

- b) A, B ja C tekevät yhdessä erään työn, josta he ansaitsevat yhteensä 4400 €. Työtunnit ovat vastaavassa järjestyksessä 80 h, 72 h ja 91 h. Lisäksi otetaan huomioon, että B:n tuntipalkka on 10 % korkeampi, kuin A:n ja C:n 20 % korkeampi kuin B:n. On laskettava kullekin kuuluva osuus ansiosta euron tarkkuudella.

A	80 h	A
B	72 h	$1,10 \cdot A$
C	91 h	$1,10 \cdot 1,20 \cdot A$

$$80h \cdot A + 72h \cdot 1,10 \cdot A + 91h \cdot 1,10 \cdot 1,20 \cdot A = 4400 \text{ €}$$

$$\frac{74400 \text{ €}}{279,32 h} = 15,75 \text{ €/h}$$

A	$80h \cdot 15,75 \text{ €/h} =$	1260,20 €
B	$72h \cdot 1,10 \cdot 15,75 \text{ €/h} =$	1247,60 €
C	$91h \cdot 1,10 \cdot 1,20 \cdot 15,75 \text{ €/h} =$	1891,20 €

- 5.a) Laite A sisältää kaksi kondensaattoria ja kaksi transistoria. Laite B sisältää viisi kondensaattoria ja seitsemän transistoria. Kuljetusta varten näitä laitteita pakataan suurempiin pakkauksiin siten, että yhden pakkauksen sisältämissä laitteissa on yhteensä 69 kondensaattoria ja 91 transistoria. Kuinka monta A-tyyppin ja B-tyyppin laitetta pakkaus sisältää?

$$\begin{cases} 2 \cdot A + 5 \cdot B = 69 \\ 2 \cdot A + 7 \cdot B = 91 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \cdot 1 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} -2 \cdot A - 5 \cdot B = 69 \\ +2 \cdot A + 7 \cdot B = 91 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot B = 22 \Rightarrow \begin{array}{l} A = 7 \\ B = 11 \end{array}$$

- b) Lähdet kartan ja kompassin kanssa kulkemaan ammattioppilaitokselta ja kuljet aluksi 9 km itään. Sitten otat suunnan etelään ja kuljet tasan 300 metriä siihen suuntaan. Sen jälkeen jatkat 12 kilometriä länteen ja vielä 2,7 kilometriä itään. Kuinka kaukana ja missä suunnassa olet ammattioppilaitokselta katsottuna? (Maan pintaa pidetään tässä tasona)

Lounaaseen 424 m

- 6.a) Ratkaise p kaavasta $B = A + \frac{p}{100} \cdot A$ ja laske sen jälkeen p :n lukuarvo,

kun $\frac{B}{A} = 1,145$

$$B - A = \frac{p}{100} \cdot A \Rightarrow p = \frac{(B - A) \cdot 100}{A}$$

$$B = 1,145 \cdot A$$

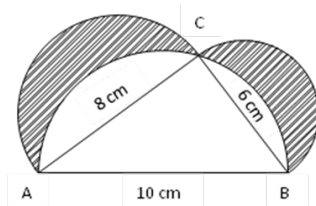
$$p = \frac{(1,145 \cdot A - A) \cdot 100}{A} = 0,145 \cdot 100 = 14,5$$

b) Ratkaise B kaavasta $v = \sqrt{\frac{k \cdot (A^2 - B^2)}{m}}$

$$v^2 = \frac{k \cdot (A^2 - B^2)}{m} \Rightarrow v^2 \cdot m = k \cdot (A^2 - B^2)$$

$$B = A - v \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

7.a) Laske ns. Hippokrateen puolikuiden ala piirroksessa olevilla arvoilla.



Suorakulmaisen kolmion ala on $\frac{a \cdot b}{2}$

Hippokrateen puolikuitten ala on

$$\frac{\pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2}{2} + \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} - \frac{\pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2}{2} + \frac{a \cdot b}{2} =$$

$$\frac{\pi \cdot b^2}{8} + \frac{\pi \cdot a^2}{8} - \frac{\pi \cdot c^2}{8} + \frac{a \cdot b}{2} =$$

$$\frac{\pi \cdot (b^2 + a^2 - c^2)}{8} + \frac{a \cdot b}{2} = \frac{a \cdot b}{2},$$

koska $b^2 + a^2 - c^2 = 0$

Vastaus 24 cm^2

b) Laske kuutiomaisen kappaleen avaruuslävistäjä, kun kuution särmät ovat pituudeltaan 84 mm.

$$a \text{ varuuslävistäjä } \sqrt{(84^2 + 84^2 + 84^2)} \text{ mm} = 145 \text{ mm}$$

- 8.a) Lämmittimen arvokilvessä on merkinnät teho P on 1000 W ja jännite U on 230 V. Minkä tehon lämmitin antaa kun se kytketäänkin 110 V jännitteeseen?

Ohje:

$$U = I \cdot R$$

$$P = U \cdot I$$

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1000 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 4,348 \text{ A}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{4,348 \text{ A}} = 52,9 \Omega$$

$$P = \frac{110^2 \text{ V}}{52,9 \Omega} = 229 \text{ W}$$

- b) Selvitä minkä rajojen välissä oheisen lausekkeen arvo on, kun a on positiivinen luku, jonka arvo vaihtelee nolasta äärettömään.

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+2}} : (a+1)$$

$$\frac{a^2 + 2 \cdot a}{a^2 + 2 \cdot a + 1} < 1 \text{ aina}$$

- 9.a) Kuparin ja sinkin seoksessa on mainittuja metalleja suhteessa 2 : 7 ja toisessa seoksessa suhteessa 7 : 2. Missä suhteessa näitä kahta seosta (seosta A ja seosta B) on yhdistettävä, jotta saataisiin seosta, jossa kuparin ja sinkin suhde on 5 : 4?

Merkitään kuparin pitoisuus kaikissa liuoksissa murtolukuna : kuparin määrä kokoliuoksen määrästä.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{9} \\ \frac{7}{9} \end{array} \right\} \frac{5}{9} (= \text{tavoite})$$

Liiketai vajaus suhde

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} \quad \frac{2}{9}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9} \quad \frac{3}{9}$$

$$\text{Kysyttysuhde} \frac{2}{9} : \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

- b) Uimaseuran harjoituksissa kaksi uimaria lähti liikkeelle yhtä aikaa 50 m pitkä-rataa edestakaisin uiden. Toinen käyttää 50 m:n matkaan tasaisesti 35 sekuntia ja toinen 42 sekuntia. Minkä ajan kuluttua nopeampi saa hitaamman kierroksella kiinni?

$$v_s = \frac{50\text{ m}}{35\text{ s}} - \frac{50\text{ m}}{42\text{ s}} = \frac{5}{21} (\text{m/s}) \quad ; \quad t = \frac{s}{v} = \frac{100\text{ m}}{(5/21)(\text{m/s})} = 420\text{ s} = 7\text{ min}$$

- 10.a) A lähti pyöräretkelle klo 9.40. Hän ajoi nopeudella 18,0 km/h klo 10.16 saakka ja piti sitten 30 minuutin tauon. Tauon jälkeen matka jatkui siten, että 33,6 km loppumatkan A ajoi nopeudella 21,0 km/h. Millä tasaisella nopeudella yhtäjaksoisesti ajettaessa koko retki olisi kestänyt saman ajan kuin edellä.

$$s_1 = v \cdot t = \frac{36}{60} h \cdot 18,0 \text{ km/h} = 10,8 \text{ km} \quad s_2 = 33,6 \text{ km}$$

$$t_1 = 0,6 h \quad t_2 = \frac{33,6 \text{ km}}{21,0 \text{ km/h}} = 1,6 h$$

$$v = \frac{(10,8 \text{ km} + 33,6 \text{ km})}{(0,6 h + 0,5 h + 1,6 h)} = 16,4 \text{ km/h}$$

- b) Rautaa valmistava tehdas myy rautatonneja hintaan, joka on 127% korkeampi kuin tehtaan sisäänostohinta raakamalmitonnilta. Raakamalmin rautapitoisuus on 63 %. Kaikkea rautaa ei saada prosessissa talteen, vain 12 % siitä jää kuonan joukkoon. Kuinka monta % rautatonnin hinta on suurempi kuin sen valmistamiseen tarvittavan malmierän hinta?

Rautamalmi: 1 t malmia maksakoon 100 €,

$$\text{jolloin 1 t rautaa maksaa } 100\text{ €} + \frac{127\%}{100\%} \cdot 100\text{ €} = 227\text{ €}$$

$$1 \text{ tonnista malmia saadaan rautaa } 0,63\text{ t} - \frac{12\%}{100\%} \cdot 0,63\text{ t} = 0,554\text{ t},$$

jonka hinnaksi muodostuu $0,5544\text{ t} \cdot 227\text{ €} / \text{t} = 125,8\text{ €}$

$$p = \frac{100\text{ €}}{125,8\text{ €}} = 79,5\%$$