

Teknologiaeteollisuuden
100-vuotissäätiö



OTAVA
1890



OPETUSHALLITUS
UTBILDNINGSTYRELSEN

AMMATIKKA^{top} 14.11.2019

Toisen asteen ammatillisen koulutuksen kaikkien alojen yhteinen

MATEMATIIKKAKILPAILU MALLIRATKAISUT

Sarjat: MERKITSE OMA SARJA

- 1. Ylioppilastutkinto
- 2. Kaksoistutkinto
- 3. Toisen asteen perustutkinto

- A Tekniikan alat
- B Palvelualat
- C Kaupalliset alat, humanistiset alat ja taidealat sekä tietojenkäsittely- ja tietoliikennealat
- D Terveys- ja hyvinvointialat
- E Kasvatusalat, humanistiset alat ja taidealat, luonnontieteiden alat, maa- ja metsätalousalat

AIKAA KOKEEN TEKEMISEEN 120 MINUUTTIA

MUKANA KYNÄ, KUMI, VIIVOTIN JA LASKIN

KAIKKI MERKITTÄVÄT LASKUSUORITUKSET TULEE OLLA NÄKYVISSÄ

**TEHTÄVÄT JOHON KUULUU LASKUSUORITUKISIA, NIIN PELKÄSTÄ OIKEASTA
VASTAUKSESTA ANNETAAN VAIN 1 PISTE**

LIIAN TARKASTA VASTAUKSESTA VÄHENNETÄÄN 0,5 PISTETTÄ

1. Muunna seuraavat yksiköt

$$125 \text{ g} = 0,125 \text{ kg}$$

$$7,30 \text{ m} = 7300 \text{ mm}$$

$$1 \text{ ml} = 0,1 \text{ cl}$$

$$1,05 \text{ mF} = 0,00105 \text{ F}$$

$$12010 \text{ m}^2 = 1,201 \text{ ha}$$

$$6850 \text{ s} = 1 \text{ h } 54 \text{ min } 10 \text{ s}$$

6 p

2. Laske seuraavat tehtävät

a) Leipuri myy 2,50 € maksavia pullia 300 kappaletta päivässä. Saadakseen lisää asiakkaita hän alentaa pullan hintaa 50 senttiä. Paljonko hänen tulee myydä pullia, että liikevaihto pysyisi ennallaan?

$$l_v = m_1 \times h_1 = 300 \text{ kpl} \times 2,50 \text{ €} = 750 \text{ €}$$

$$l_v = m_2 \times h_2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{l_v}{h_2} = \frac{750 \text{ €}}{2,0 \text{ €/kpl}} = 375 \text{ kpl}$$

3 p

b) Äänen nopeus ilmassa on 343 m/s. Kuinka kauan kestää äänen kulku maapallon ympäri? Maapallon ympärysmitta on 40 075 km. Ilmoita vastaus tunteina, minuutteina ja sekunteina (___h ___min ___s).

$$t = \frac{40075 \text{ km}}{0,343 \text{ km/s}} = 116836 \text{ s} = 32 \text{ h } 27 \text{ min } 17 \text{ s}$$

3 p

3. a) Ympyrästä, jonka halkaisija on 140 cm on erotettu sektori, jossa säteitten välinen kulma on 70 astetta. Mikä on sektorin pinta-ala?

$$d = 140 \text{ cm} > r = 70 \text{ cm}$$

$$A = \frac{70^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 70^2 \text{ cm}^2 = 2993 \text{ cm}^2 = 3000 \text{ cm}^2$$

3 p

b) Lääkepullon tilavuus on 200 ml. Lääkettä tulee ottaa 3 kertaa vuorokaudessa ja annoksen suuruus on 10 ml. Kuinka moneksi päiväksi ko. lääke riittää?

$$t = \frac{200 \text{ ml}}{(3 \text{ kerta/vrk} \times 10 \text{ ml/kerta})} = 6,7 \text{ vrk} \quad \text{Vastaus: 6 päiväksi}$$

3 p

4. a) Erään kalenterikuukauden pituus on 31 vrk. Kyseiseen kuukauteen sisältyy neljä lauantaita ja neljä keskiviikkoa. Mikä viikonpäivä on kuukauden viimeinen päivä?

31 vrk = 4 x 7 vrk + 3 vrk Täysiä viikkoja on neljä, joten yli meneviä viikonpäiviä on kolme. Niitä ei voi olla torstai ja perjantai. Niitä on sunnuntai, maanantai ja tiistai.

Vastaus: tiistai

3 p

b) Omakotitalon tontilla on suorakulmion muotoinen 12 aarin ala leikattavaa ruohoa. Kuinka pitkä aika vähintään kuluu ruohonleikkuussa työnnettävällä leikkurilla, kun leikkuukais-
tan leveys on 50 cm ja leikkaajan kävelynopeus on 3,6 km/h?

*Oletetaan, että leikattava alueen muoto on sopiva ja oletetaan, että kääntymiset eivät vaa-
di lisääaikaa.*

$$12 \text{ aaria} = 1200 \text{ m}^2$$

$$\text{Leikkurin kulkema matka } s = \frac{1200 \text{ m}^2}{0,5 \text{ m}} = 2400 \text{ m}$$

$$t = \frac{s}{v} > t = \frac{2400 \text{ m}}{3600 \text{ m/h}} = \frac{2}{3} \text{ h} = 0,667 \text{ h} = 40 \text{ min}$$

3 p

5. a) Vuokaratalon vuokriin tuli maaliskuun alussa 4,2 % korotus. Laske koko vuoden vuokra menot, kun maaliskuun vuokra oli 612 €.

$$\text{Tammi- ja helmikuun vuokra on korottamaton } \text{vuokra} = \frac{612 \text{ €} \times 100\%}{(100\% + 4,2\%)} = 587,33 \text{ €}$$

$$2 \times 587,33 \text{ €} + 10 \times 612 \text{ €} = 1174,66 \text{ €} + 6120 \text{ €} = 7294,66 \text{ €} = 7295 \text{ €}$$

3 p

b) Kolme henkilöä A, B ja C tekivät urakan, josta A sai 56 %, B sai 2/9 ja C loput 1610 €. Mikä oli urakan suuruus?

$$\frac{x \times (100\% - 56\% - \frac{2}{9} \times 100\%)}{100\%} = 1610 \text{ €}$$

$$x = \frac{1610 \text{ €} \times 100\%}{(100\% - 56\% - 22,2\%)} = 7392,86 \text{ €} = 7400 \text{ €}$$

3 p

6. a) Ratkaise yhtälö ja esitä ratkaisun välivaiheet

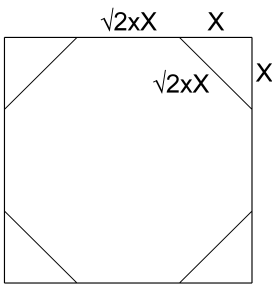
$$\frac{5}{4} + 2x = 4x - \frac{4}{5} + 3 \quad > \quad 2x - 4x = -\frac{4}{5} + 3 - \frac{5}{4} \quad >$$

$$-2x = -\frac{4}{5} + 3 - \frac{5}{4} \quad \text{lavennetaan saman nimiseksi}$$

$$-2x = -\frac{16}{20} + \frac{60}{20} - \frac{25}{20} \quad > \quad -2x = \frac{19}{20} \quad > \quad x = -\frac{19}{40}$$

3 p

b) Otetaan neliön muotoinen levy, jonka sivun pituus on 60 cm ja sen jokaisesta kulmasta leikataan kolmiot siten, että syntyy säännöllinen kahdeksan kulmio. Mikä on näin syntyvän levyn pinta-ala?



$$2x + \sqrt{2}x = 60 \text{ cm} \quad > \quad x = \frac{60 \text{ cm}}{(2 + \sqrt{2})} = 17,57 \text{ cm}$$

$$A = 60^2 \text{ cm}^2 - \frac{4 \times 17,57^2 \text{ cm}^2}{2} = 3600 \text{ cm}^2 - 618 \text{ cm}^2 = 2982 \text{ cm}^2 = 3000 \text{ cm}^2$$

3 p

7. a) Viisi pesäpalloa on pakattu tiiviisti suoran ympyrälieriön muotoiseen pakkaukseen. Pallon ympärysmitta on 21,90 cm. Laske kuinka monta prosenttia pakkauksen sisälle jää tyhjää tilaa.

$$\text{Pallojen tilavuus: } V_{sp} = 5 \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$\text{Lieriön tilavuus: } V_l = 5 \times 2r \times \pi \times r^2$$

$$\frac{V_{sp}}{V_l} \times 100\% = \frac{5 \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3}{(5 \times 2r \times \pi \times r^2)} \times 100\% = \frac{2}{3} \times 100\% = 66,7\%$$

$$\text{Vajaus} = 100\% - 66,7\% = 33,3\%$$

3 p

b) Maapallon kierto auringon ympäri kestää yhden vuoden. Aikaa siihen kuluu 365 vrk 5 h 48 min 46 s. Usein vuoden pituus määritetään likimääräisesti periaatteella 365 vrk ja joka neljäs vuosi (ns. karkausvuosi) sisältää 366 vrk. Kuinka suuri prosentuaalinen virhe tällöin tehdään?

$$p = \frac{(365 \frac{1}{4} - (365 + \frac{5}{24} + \frac{48}{(60 \times 24)} + \frac{46}{(60 \times 60 \times 24)}))}{(365 + \frac{5}{24} + \frac{48}{(60 \times 24)} + \frac{46}{(60 \times 60 \times 24)})} \times 100\%$$

$$p = 2,1 \times 10^{-3}\% = 0,002\%$$

3 p

8. Tarkastellaan Päijänteen vesimäärää yksinkertaisella mallilla. Oletetaan järvi suorakulmaiseksi särmiöksi, jonka pituus on 88 km leveys 12 km ja syvyys 15 m.

a) Jos Päijänteen vesi pakattaisiin kuution muotoon niin, kuinka pitkä olisi kuution sivu (särmä)?

$$V = 88000 \text{ m} \times 12000 \text{ m} \times 15 \text{ m} = 15840000000 \text{ m}^3 = 1,584 \times 10^{10} \text{ m}^3 = 15,84 \times 10^9 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{kuutio}} = a^3 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[3]{V_{\text{kuutio}}} = \sqrt[3]{15,84 \times 10^9 \text{ m}^3} = 2511 \text{ m} = 2,5 \text{ km}$$

3 p

b) Pääkaupunkiseudun 1100000 asukasta käyttävät vuorokaudessa vettä noin 140 litraa/henkilö. Kuinka pitkäksi ajaksi ko. vesimäärä riittäisi (kiertoon palaavan veden määrää ei oteta huomioon)?

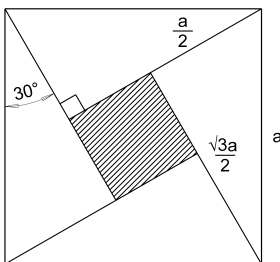
$$\begin{aligned} \text{Veden kulutus vuorokaudessa: } V_{\text{vrk}} &= 1100000 \text{ henkilö} \times 0,14 \text{ m}^3 / \text{henkilö} \times \text{vrk} \\ &= 154000 \text{ m}^3 / \text{vrk} \end{aligned}$$

$$\text{Aika: } \frac{15,84 \times 10^9 \text{ m}^3}{154 \times 10^3 \text{ m}^3 / \text{vrk}} = 102857 \text{ vrk} = 282 \text{ vrk} = 280 \text{ vuotta}$$

3 p

9. Alumiinista valmistetun putken poikkileikkaus on oheisen kuvion mukainen. Putken sisällä oleva kanava on neliö 3,0 cm x 3,0 cm.

a) Laske ison neliön sivun pituus a, kun pienen neliön sivun pituus on 3,0 cm?



$$\frac{a}{2} \times \sqrt{3} - \frac{a}{2} = 3 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2 \times 3 \text{ cm}}{(\sqrt{3} - 1)} = 8,2 \text{ cm}$$

3 p

b) Kuinka paljon painaa 16 metriä tällaista putkea, kun alumiinin tiheys on $2,70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$?

$$\text{putken massa: } m = A \times l \times \rho$$

$$\text{putken poikkileikkaus } A = A_{\text{iso}} - A_{\text{pieni}}$$

$$l = 16 \text{ m} = 1600 \text{ cm}$$

$$\rho = 2,70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 2,70 \text{ kg/dm}^3 = 2,70 \text{ g/cm}^3$$

$$m = (A_{\text{iso}} - A_{\text{pieni}}) \times l \times \rho = (8,2^2 \text{ cm}^2 - 3^2 \text{ cm}^2) \times 1600 \text{ cm} \times 2,7 \text{ g/cm}^3 = 251320 \text{ g}$$

$$m = 250 \text{ kg}$$

3 p

10. Kävelijä ja sauvakävelijä käyttävät samaa lenkkipolkua, jonka pituus on 2,3 km. Kävelijä lähti lenkin nollapisteestä. Sauvakävelijä lähti samalla hetkellä 200 m takamatkalta. Kävelijän nopeus oli 6,0 km/h ja sauvakävelijän nopeus 7,5 km/h. Millä kohdalla lenkkipolkua, lenkin nollapisteestä lukien, sauvakävelijä saavuttaa kävelijän

a) ensimmäisen kerran?

$t = \frac{s}{v}$: Merkitään $x =$ matka lenkkipolun 0 – pisteestä ohituskohtaan.

$$t_{k\ddot{a}} = \frac{x}{6 \text{ km/h}} \quad ; \quad t_{sk} = \frac{(x + 200 \text{ m})}{7,5 \text{ km/h}}$$

$$t_{k\ddot{a}} = t_{sk} \quad > \quad \frac{x}{6 \text{ km/h}} = \frac{(x + 200 \text{ m})}{7,5 \text{ km/h}} \quad \text{supistetaan km/h}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{x + 200 \text{ m}}{7,5} \quad \text{kerrotaan ristiin} \quad > \quad 7,5x = 6x + 1200 \text{ m} \quad > \quad 7,5x - 6x = 1200 \text{ m}$$

$$> 1,5x = 1200 \text{ m} \quad > \quad x = 800 \text{ m}$$

Kävelijä on kulkenut 800 m ja sauvakävelijä on kulkenut 1000 m.

3 p

b) toisen kerran, matkan teon jatkuessa ohituksen jälkeen?

$t = \frac{s}{v}$: Merkitään $y =$ matka ensimmäisestä ohituksesta toiseen ohitukseen.

$$t_{k\ddot{a}} = \frac{y}{6 \text{ km/h}} \quad ; \quad t_{sk} = \frac{(y + 2,3 \text{ km})}{7,5 \text{ km/h}}$$

$$t_{k\ddot{a}} = t_{sk} \quad > \quad \frac{y}{6 \text{ km/h}} = \frac{(y + 2,3 \text{ km})}{7,5 \text{ km/h}} \quad \text{supistetaan km/h}$$

$$\frac{y}{6} = \frac{(y + 2,3 \text{ km})}{7,5} \quad \text{kerrotaan ristiin}$$

$$7,5y = 6y + 6 \times 2,3 \text{ km} \quad > \quad 7,5y - 6y = 6 \times 2,3 \text{ km}$$

$$> 1,5 y = 13,8 \text{ km} \quad > \quad y = 9,2 \text{ km}$$

Matka ensimmäisestä ohituksesta toiseen ohitukseen on 9200 metriä eli neljä kierrosta.
($4 \times 2,3 \text{ km} = 9,2 \text{ km}$)

Kävelijä kulkee neljä kierrosta (9,2 km) ja sauvakävelijä viisi kierrosta (11,5 km) eli 0-pisteestä kävelijä on kulkenut 10,0 km ja sauvakävelijä 12,3 km.

3 p

maksimi 60 p